

# HER<sup>2</sup>TENTAMEN ProgrammaCorrectheid

woensdag 30 augustus 2006

09.00 – 12.00 uur

---

Schrijf op alle in te leveren bladen je naam, geef elke blad een volgnummer en noteer op het eerste blad het aantal ingeleverde bladen.

Werk netjes, formuleer scherp en zorgvuldig. Schrijf duidelijk leesbaar, met een pen met blauwe of zwarte inkt. Gebruik van potlood is alleen toegestaan voor het maken van schetsen of grafieken.

---

## ■ Opgave 1

Gegeven zijn:

**CONST**

$n \in \text{INTEGER} ; \{n > 0\}$

$a \in \text{ARRAY} [0 \dots n) \text{ OF } \text{INTEGER} ;$

$b \in \text{ARRAY} [0 \dots n) \text{ OF } \text{INTEGER} ;$

Voor  $0 \leq k \leq n$  definiëren we

$$R(k) = (\Sigma j : 0 \leq j < k : b[j])$$

- 1. Geef recurrente betrekkingen voor  $R(k)$ .  
(een afleiding wordt dus *niet* gevraagd, maar wees wel nauwkeurig, precies en correct in de gegeven betrekkingen)

Bekijk nu de specificatie:

$\{P : X = (\Sigma i : 0 \leq i < n \wedge a[i] \leq R(i) : a[i])\}$

**VAR**

$x : \text{INTEGER} ;$

$T;$

$\{Q : x = X\}$

- 2. Geef een geannoteerd commando  $T$  dat aan de specificatie voldoet. Werk daartoe het stappenplan voor WHILE-programma's af.  
NB: het staat je natuurlijk vrij om extra variabelen te introduceren.

lees verder

## Opgave 2

Gegeven:

- een functie  $h : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  die ascending is in het eerste argument en decreasing is in het tweede argument;
- en de volgende specificatie:

```
CONST
  n ∈ INTEGER ; { n ≥ 0 }
  { P : Z = (# i, j : 0 ≤ i ∧ 0 ≤ j ∧ i + j < n : h(i, j) < 0) }
VAR
  z : INTEGER ;
  T;
  { Q : Z = z }
```

- 3. Definieer een functie  $F(x, y)$  die een geschikte generalisatie is van de quantificatie uit de preconditionie. HINT: maak een plaatje.
- 4. Leid voor  $F(x, y)$  geschikte recurrente betrekkingen af, inclusief het basisgeval.
- 5. Geef een implementatie van het commando  $T$ . We vragen niet om het gehele stappenplan uit te schrijven, maar zijn tevreden met het volgende: een goede invariant, een goede variante functie en een goede samenvatting.

## Opgave 3

Gegeven is een functie  $F$  die voor alle gehele getallen  $n > 0$  en  $k \in \mathbb{Z}$  voldoet aan

$$\begin{aligned} F(n, k) &= k && \text{als } n > k \\ F(n, k) &= n \cdot F(3 \cdot n, k + 1) && \text{als } n \leq k \end{aligned}$$

Bekijk de volgende functie-specificatie

```
PROCEDURE fun(n, k : INTEGER) : INTEGER ;
{ all Y ∈ INTEGER :: pre n > 0 ∧ F(n, k) = Y, post return = Y }
```

- 6. Geef een (recursieve) implementatie van de functie  $fun$  en bewijs de correctheid van je oplossing. Formuleer daarbij expliciet de inductiehypothese en de bewijsverplichting.

einde